ষষ্ঠ অধ্যায়
সরল সহসমীকরণ

গাণিতিক সমস্যা সমাধানে সমীকরণের ভূমিকা গুরুত্বপূর্ণ। আমরা ষষ্ঠ ও সপ্তম শ্রেণিতে এক চলকবিশিষ্ট সরল সমীকরণ ও এ-সংক্রান্ত বাস্তব সমস্যার সমীকরণ গঠন করে তা সমাধান করতে শিখেছি। সপ্তম শ্রেণিতে সমীকরণের পক্ষান্তর বিধি, বর্জন বিধি, আড়গুণন বিধি ও প্রতিসাম্য বিধি সম্পর্কে জেনেছি। এ ছাড়াও লেখচিত্রের সাহায্যে কীভাবে সমীকরণের সমাধান করতে হয় তা জেনেছি। এ অধ্যায়ে দুই চলকবিশিষ্ট সরল সহসমীকরণের বিভিন্ন পদ্ধতিতে সমাধান ও লেখচিত্রের সাহায্যে সমাধান সম্পর্কে বিস্তারিত আলোচনা করা হয়েছে।

অধ্যায় শেষে শিক্ষার্থীরা–

- ➢ সমীকরণের প্রতিস্থাপন পদ্ধতি ও অপনয়ন পদ্ধতি ব্যাখ্যা করতে পারবে।
- ➢ দুই চলকবিশিষ্ট সরল সহসমীকরণের সমাধান করতে পারবে।
- ➢ গাণিতিক সমস্যার সরল সহসমীকরণ গঠন করে সমাধান করতে পারবে।
- ➢ সরল সহসমীকরণের সমাধান লেখচিত্রে দেখাতে পারবে।
- ➢ লেখচিত্রের সাহায্যে সরল সহসমীকরণের সমাধান করতে পারবে।

৬.১ সরল সহসমীকরণ

$x+y=5$ একটি সমীকরণ। এখানে x ও y দুইটি অজানা রাশি বা চলক। এই চলক দুইটি একঘাতবিশিষ্ট। এরূপ সমীকরণ সরল সমীকরণ।

এখানে যে সংখ্যাদ্বয়ের যোগফল 5 সেই সংখ্যা দ্বারাই সমীকরণটি সিদ্ধ হবে। যেমন $x=4$, $y=1$; বা, $x=3, y=2$; বা, $x=2, y=3$; বা, $x=1, y=4$, ইত্যাদি, এরূপ অসংখ্য সংখ্যাযুগল দ্বারা সমীকরণটি সিদ্ধ হবে।

আবার, $x-y=3$ এই সমীকরণটি বিবেচনা করলে দেখতে পাই, সমীকরণটি $x=4, y=1$ বা $x=5$, $y=2$ বা $x=6, y=3$ বা $x=7, y=4$ বা $x=8, y=5$ বা $x=2, y=-1$ বা $x=1, y=-2$, $x=0$, $y=-3$ .. .. ইত্যাদি অসংখ্য সংখ্যাযুগল দ্বারা সিদ্ধ হয়।

এখানে, $x+y=5$ এবং $x-y=3$ সমীকরণ দুইটি একত্রে বিবেচনা করলে উভয় সমীকরণ হতে প্রাপ্ত সংখ্যাযুগলের মধ্যে $x=4, y=1$ দ্বারা উভয় সমীকরণ যুগপৎ সিদ্ধ হয়।

চলকের মান দ্বারা একাধিক সমীকরণ সিদ্ধ হলে, সমীকরণসমূহকে একত্রে সহসমীকরণ বলা হয় এবং চলক একঘাত- বিশিষ্ট হলে সহসমীকরণকে সরল সহসমীকরণ বলে।

চলকদ্বয়ের যে মান দ্বারা সহসমীকরণ যুগপৎ সিদ্ধ হয়, এদেরকে সহসমীকরণের মূল বা সমাধান বলা হয়। এখানে $x+y=5$ এবং $x-y=3$ সমীকরণ দুইটি সহসমীকরণ। এদের একমাত্র সমাধান $x=4, y=1$ যা $(x, y)=(4, 1)$ দ্বারা প্রকাশ করা যায়।

৬.২ দুই চলকবিশিষ্ট সরল সহসমীকরণের সমাধান

দুই চলকবিশিষ্ট দুইটি সরল সমীকরণের সমাধানের পদ্ধতিগুলোর মধ্যে নিচের পদ্ধতি দুইটি আলোচনা করা হলো :

(১) প্রতিস্থাপন পদ্ধতি (Method of Substitution)

(২) অপনয়ন পদ্ধতি (Method of Elimination)

(১) প্রতিস্থাপন পদ্ধতি

এই পদ্ধতিতে আমরা নিচের ধাপগুলো অনুসরণ করে সমাধান করতে পারি :

(ক) যেকোনো সমীকরণ থেকে চলক দুইটির একটির মান অপরটির মাধ্যমে প্রকাশ করা।

(খ) অপর সমীকরণে প্রাপ্ত চলকের মানটি স্থাপন করে এক চলকবিশিষ্ট সমীকরণ সমাধান করা।

(গ) নির্ণীত সমাধান প্রদত্ত সমীকরণ দুইটির যেকোনো একটিতে বসিয়ে অপর চলকের মান নির্ণয় করা।

উদাহরণ ১। সমাধান কর :

$$x+y=7$$
$$x-y=3$$

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণ

$$x+y=7 \ldots\ldots\ldots\ldots.(1)$$
$$x-y=3 \ldots\ldots\ldots\ldots(2)$$

সমীকরণ (2) হতে পক্ষান্তর করে পাই,

$$x=y+3 \ldots\ldots\ldots\ldots(3)$$

সমীকরণ (3) হতে x এর মানটি সমীকরণ (1) -এ বসিয়ে পাই,

$y+3+y=7$

বা, $2y=7-3$

বা, $2y=4$

$\therefore\ y=2$

এখন সমীকরণ (3) এ $y=2$ বসিয়ে পাই,

$x=2+3$

$\therefore\ x=5$

নির্ণেয় সমাধান $(x, y)=(5, 2)$

২০১৮

[**শুদ্ধি পরীক্ষা** : সমীকরণ দুইটিতে $x=5$ ও $y=2$ বসালে সমীকরণ (1)-এর বামপক্ষ = $5+2=7$ = ডানপক্ষ এবং সমীকরণ (2)-এর বামপক্ষ = $5-2=3$ = ডানপক্ষ ।]

উদাহরণ ২ । সমাধান কর :

$$x+2y=9$$
$$2x-y=3$$

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণ

$$x+2y=9 \text{ ....(1)}$$
$$2x-y=3 \text{ ....(2)}$$

সমীকরণ (2) হতে পাই, $y = 2x - 3$ .... (3)

সমীকরণ (1) এ y এর মান বসিয়ে পাই, $x + 2(2x - 3) = 9$

বা, $x + 4x - 6 = 9$

বা, $5x = 6 + 9$

বা, $5x = 15$

বা, $x = \frac{15}{5}$

$\therefore\ x=3$

এখন x এর মান সমীকরণ (3) -এ বসিয়ে পাই,

$$y=2\times 3-3$$
$$=6-3$$
$$=3$$

নির্ণেয় সমাধান $(x,y)=(3,3)$

উদাহরণ ৩ । সমাধান কর :

$$2y+5z=16$$
$$y-2z=-1$$

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণ

$$2y+5z=16 \text{ ....(1)}$$
$$y-2z=-1 \text{ ....(2)}$$

সমীকরণ (2) হতে পাই, $y=2z-1$...........(3)

সমীকরণ (1) এ y এর মান বসিয়ে পাই,

$$2(2z-1)+5z=16$$
বা, $4z-2+5z=16$

বা, $9z=16+2$

বা, $9z=18$

বা, $z=\frac{18}{9}$

$\therefore\ z=2$

এখন z এর মান সমীকরণ (3) এ বসিয়ে পাই,

$$y=2\times2-1$$
$$=4-1$$
$$\therefore\ y=3$$

নির্ণেয় সমাধান $(y,z)=(3,2)$.

উদাহরণ ৪ । সমাধান কর :

$$\frac{2}{x}+\frac{1}{y}=1$$
$$\frac{4}{x}-\frac{9}{y}=-1$$

সমাধান :

প্রদত্ত সমীকরণ

$$\frac{2}{x}+\frac{1}{y}=1\ \ldots\ldots\ldots\ (1)$$
$$\frac{4}{x}-\frac{9}{y}=-1\ \ldots\ldots\ldots\ (2)$$

$\frac{1}{x}=u$ এবং $\frac{1}{y}=v$ ধরে (1) ও (2) নং সমীকরণ হতে পাই

$$2x+v=3\ \ldots\ldots\ldots(3)$$
$$4u-9v=-1\ \ldots\ldots\ldots\ (4)$$

(3) নং সমীকরণ হতে পাই

$$v=1-2u\ \ldots\ldots\ldots\ (5)$$

(4) নং সমীকরণে v এর মান বসিয়ে পাই,

$$4u-9(1-2u)=-1$$
বা, $4u-9+18u=-1$

বা, $22u=9-1$

২০১৮

$$\therefore\ u = \frac{8}{22} = \frac{4}{11}$$

বা, $\frac{1}{x} = \frac{4}{11}$

$$\therefore\ x = \frac{11}{4}$$

এখন, u এর মান (5) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$$v = 1 - 2 \times \frac{4}{11} = \frac{11-8}{11}$$

$$\therefore\ v = \frac{3}{11}$$

বা, $\frac{1}{y} = \frac{3}{11}$

$$\therefore\ y = \frac{11}{3}$$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = (\frac{11}{4}, \frac{11}{3})$

(২) অপনয়ন পদ্ধতি

এই পদ্ধতিতে নিচের ধাপগুলো অনুসরণ করে সমাধান করা যায় :

(ক) প্রদত্ত উভয় সমীকরণকে এমন দুইটি সংখ্যা বা রাশি দ্বারা পৃথকভাবে গুণ করতে হবে যেন যেকোনো একটি চলকের সহগের সাংখ্যিক মান সমান হয়।

(খ) একটি চলকের সহগ একই চিহ্ন বিশিষ্ট হলে সমীকরণ পরস্পর বিয়োগ, অন্যথায় যোগ করতে হবে। বিয়োগফলকৃত (বা যোগফলকৃত) সমীকরণটি একটি এক চলকবিশিষ্ট সরল সমীকরণ হবে।

(গ) সরল সমীকরণ সমাধানের নিয়মে চলকটির মান নির্ণয় করা।

(ঘ) প্রাপ্ত চলকের মান প্রদত্ত যেকোনো একটি সমীকরণে বসিয়ে অপর চলকের মান নির্ণয় করা।

উদাহরণ ৫। সমাধান কর :

$$5x - 4y = 6$$
$$x + 2y = 4$$

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণ

$$5x - 4y = 6 \ldots\ldots\ldots\ldots..(1)$$
$$x + 2y = 4 \ldots\ldots\ldots\ldots...(2)$$

এখানে সমীকরণ (1) কে 1 দ্বারা এবং সমীকরণ (2) কে 2 দ্বারা গুণ করে পাই,

$$5x - 4y = 6 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(3)$$
$$2x + 4y = 8 \ldots\ldots\ldots\ldots..(4)$$

২০১৮

(3) ও (4) সমীকরণ যোগ করে পাই,

$$7x = 14$$

বা, $x = \frac{14}{7}$...............(4)

$\therefore\ x = 2$

সমীকরণ (2) এ x এর মান বসিয়ে পাই,

$$2 + 2y = 4$$

বা, $2y = 4 - 2$

বা, $y = \frac{2}{2}$

$\therefore\ y = 1$

নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = (2, 1)$.

উদাহরণ ৬ । সমাধান কর :

$$x + 4y = 14$$
$$7x - 3y = 5$$

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণ

$x + 4y = 14$...............(1)

$7x - 3y = 5$...............(2)

সমীকরণ (1) কে 3 দ্বারা এবং সমীকরণ (2) কে 4 দ্বারা গুণ করে পাই,

$3x + 12y = 42$.................(3)

$28x - 12y = 20$...............(4)

$31x = 62$ [যোগ করে]

বা, $x = \frac{62}{31}$

$\therefore\ x = 2$

এখন x এর মান সমীকরণ (1) -এ বসিয়ে পাই,

$$2 + 4y = 14$$

বা, $4y = 14 - 2$

বা, $4y = 12$

বা, $y = \frac{12}{4}$

$\therefore\ y = 3$.

$\therefore\ (x, y) = (2, 3)$ ২০১৮

উদাহরণ ৭ । সমাধান কর :

$$5x - 3y = 9$$
$$3x - 5y = -1$$

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণ

$$5x - 3y = 9 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(1)$$
$$3x - 5y = -1 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(2)$$

সমীকরণ (1) কে 5 দ্বারা এবং সমীকরণ (2) কে 3 দ্বারা গুণ করে পাই

$$25x - 15y = 45 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(3)$$
$$9x - 15y = -3 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(4)$$
$$(-) \quad (+) \qquad (+)$$

$16x = 48$ [বিয়োগ করে]

বা, $x = \dfrac{48}{16}$

$\therefore\ x = 3$

সমীকরণ (1) এ x এর মান বসিয়ে পাই,

$5 \times 3 - 3y = 9$

বা, $15 - 3y = 9$

বা, $-3y = 9 - 15$

বা, $-3y = -6$

বা, $y = \dfrac{-6}{-3}$

$\therefore\ y = 2.$

$\therefore\ (x, y) = (3, 2).$

উদাহরন ৮।

$$\frac{x}{5} + \frac{3}{y} = 3$$
$$\frac{x}{2} - \frac{6}{y} = 2$$

সমাধানঃ

প্রদত্ত সমীকরণ

$$\frac{x}{5} + \frac{3}{y} = 3 \ \ldots\ldots\ldots\ (1)$$
$$\frac{x}{2} - \frac{6}{y} = 2 \ \ldots\ldots\ldots\ (2)$$

২০১৮

(1) সমীকরণকে (2) দ্বারা গুণ করে (2) নং সমীকরণ এর সাথে যোগ করে পাই,

$$\frac{2x}{5} + \frac{6}{y} = 6 \text{ .... } (3)$$

$$\frac{x}{2} - \frac{6}{y} = 2 \text{ .... } (4)$$

$$\frac{2x}{5} + \frac{x}{2} = 8$$

বা, $\frac{4x+5x}{10} = 8$

বা, $9x = 8\times10$

বা, $x = \frac{80}{9}$

(1) নং সমীকরণে x এর মান বসিয়ে পাই,

$$\frac{1}{5}\times\frac{80}{9} + \frac{3}{y} = 3$$

বা, $\frac{16}{9} + \frac{3}{y} = 3$

বা, $\frac{3}{y} = 3-\frac{16}{9}$

বা, $\frac{3}{y} = \frac{11}{9}$

বা, $\frac{3}{y} = \frac{11}{9}$

বা, $y = \frac{27}{11}$

$\therefore$ নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = (\frac{80}{9}, \frac{27}{11})$

অনুশীলনী ৬.১

(ক) প্রতিস্থাপন পদ্ধতিতে সমাধান কর (১–১২) :

১। $x+y=4$
$x-y=2$

২। $2x+y=5$
$x-y=1$

৩। $3x+2y=10$
$x-y=0$

৪। $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=\frac{1}{a}+\frac{1}{b}$
$\frac{x}{a}-\frac{y}{b}=\frac{1}{a}-\frac{1}{b}$

৫। $3x-2y=0$
$17x-7y=13$

৬। $x-y=2a$
$ax+by=a^2+b^2$

৭। $ax+by=ab$
$bx+ay=ab$

৮। $ax-by=ab$
$bx-ay=ab$

৯। $ax-by=a-b$
$ax+by=a+b$

১০। $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{5}{6}$
$\frac{1}{x}-\frac{1}{y}=\frac{1}{6}$

১১। $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=\frac{2}{a}+\frac{1}{b}$
$\frac{x}{b}-\frac{y}{a}=\frac{2}{b}-\frac{1}{a}$

১২। $\frac{a}{x}+\frac{b}{y}=\frac{a}{2}+\frac{b}{3}$
$\frac{a}{x}-\frac{b}{y}=\frac{a}{2}-\frac{b}{3}$

(খ) অপনয়ন পদ্ধতিতে সমাধান কর (১৩-২৬) :

১৩। $x-y=4$
$x+y=6$

১৪। $2x+3y=7$
$6x-7y=5$

১৫। $4x+3y=15$
$5x+4y=19$

১৬। $3x-2y=5$
$2x+3y=12$

১৭। $4x-3y=-1$
$3x-2y=0$

১৮। $3x-5y=-9$
$5x-3y=1$

১৯। $\frac{x}{2}+\frac{y}{2}=3$
$\frac{x}{2}-\frac{y}{2}=1$

২০। $x+ay=b$
$ax-by=c$

২১। $\frac{x}{2}+\frac{y}{3}=3$
$x-\frac{y}{3}=3$

২২। $\frac{x}{3}+\frac{2}{y}=1$
$\frac{x}{4}-\frac{3}{y}=3$

২৩। $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=\frac{2}{a}+\frac{1}{b}$
$\frac{x}{b}-\frac{y}{a}=\frac{2}{b}-\frac{1}{a}$

২৪। $\frac{a}{x}+\frac{b}{y}=\frac{a}{2}+\frac{b}{3}$
$\frac{a}{x}-\frac{b}{y}=\frac{a}{2}-\frac{b}{3}$

২৫। $\frac{x}{6}+\frac{2}{y}=2$
$\frac{x}{4}-\frac{1}{y}=1$

২৬। $x+y=a-b$
$ax-by=a^2+b^2$

৬.৩ বাস্তবভিত্তিক সমস্যার সহসমীকরণ গঠন ও সমাধান

সরল সহসমীকরণের ধারণা থেকে বাস্তব জীবনের বহু সমস্যা সমাধান করা যায়। অনেক সমস্যায় একাধিক চলক আসে। প্রত্যেক চলকের জন্য আলাদা প্রতীক ব্যবহার করে সমীকরণ গঠন করা যায়। এরূপ ক্ষেত্রে যতগুলো প্রতীক ব্যবহার করা হয়, ততগুলো সমীকরণ গঠন করতে হয়। অতঃ পর সমীকরণগুলো সমাধান করে চলকের মান নির্ণয় করা যায়।

উদাহরণ ১। দুইটি সংখ্যার যোগফল 60 এবং বিয়োগফল 20 হলে, সংখ্যা দুইটি নির্ণয় কর।

সমাধান : মনে করি, সংখ্যা দুইটি x ও y, যেখানে $x>y$

১ম শর্তানুসারে, $x+y=60$...............(1)

২য় শর্তানুসারে, $x-y=20$...........(2)

সমীকরণ (1) ও (2) যোগ করে পাই,

$$2x=80$$

বা $x=\dfrac{80}{2}=40$

আবার, সমীকরণ (1) হতে সমীকরণ (2) বিয়োগ করে পাই,

$$2y=40$$

$$\therefore y=\frac{40}{2}=20$$

নির্ণেয় সংখ্যা দুইটি 40 ও 20।

উদাহরণ ২। ফাইয়াজ ও আয়াজের কতকগুলো আপেলকুল ছিল। ফাইয়াজের আপেলকুল থেকে আয়াজকে 10টি আপেলকুল দিলে আয়াজের আপেলকুলের সংখ্যা ফাইয়াজের আপেলকুলের সংখ্যার তিনগুণ হতো। আর আয়াজের আপেলকুল থেকে ফাইয়াজকে 20টি দিলে ফাইয়াজের আপেলকুলের সংখ্যা আয়াজের সংখ্যার দ্বিগুণ হতো। কার কতগুলো আপেলকুল ছিল ?

সমাধান : মনে করি, ফাইয়াজের আপেলকুলের সংখ্যা x
এবং আয়াজের আপেলকুলের সংখ্যা y

১ম শর্তানুসারে, $y+10=3(x-10)$

বা, $y+10=3x-30$

বা, $3x-y=10+30$

বা, $3x-y=40$.................(1)

২০১৮

২য় শর্তানুসারে, $x+20=2(y-20)$

বা, $x+20=2y-40$

বা, $x-2y=-40-20$

বা, $x-2y=-60$.................(2)

সমীকরণ (1) কে 2 দ্বারা গুণ করে তা থেকে সমীকরণ (2) বিয়োগ করে পাই,

$5x=140$

$\therefore x=\dfrac{140}{5}=28$

x এর মান সমীকরণ (1) এ বসিয়ে পাই,

$3\times 28-y=40$

বা, $-y=40-84$

বা, $-y=-44$

$\therefore y=44$

$\therefore$ ফাইয়াজের আপেলকুলের সংখ্যা 28

আয়াজের আপেলকুলের সংখ্যা 44

উদাহরণ ৩। 10 বছর পূর্বে পিতা ও পুত্রের বয়সের অনুপাত ছিল $4:1$। 10 বছর পরে পিতা ও পুত্রের বয়সের অনুপাত হবে $2:1$। পিতা ও পুত্রের বর্তমান বয়স নির্ণয় কর।

সমাধান : মনে করি, বর্তমানে পিতার বয়স x বছর

এবং পুত্রের বয়স y বছর

১ম শর্তানুসারে, $(x-10):(y-10)=4:1$

বা, $\dfrac{x-10}{y-10}=\dfrac{4}{1}$

বা, $x-10=4y-40$

বা $x-4y=10-40$

$\therefore x-4y=-30$........(1)

২য় শর্তানুসারে, $(x+10):(y+10)=2:1$

বা, $\dfrac{x+10}{y+10}=\dfrac{2}{1}$

বা, $x+10=2y+20$

বা $x-2y=20-10$

$\therefore x-2y=10$........(2)

২০১৮

সমীকরণ (1) ও (2) হতে পাই,

$$\begin{array}{r} x-4y=-30 \\ x-2y=\ \ 10 \\ -\quad+\qquad- \\ \hline -2y=-40 \end{array} \quad [\text{ বিয়োগ করে }]$$

$$\therefore y=\frac{-40}{-2}=20$$

y এর মান সমীকরণ (2) এ বসিয়ে পাই,

$$x-2\times 20=10$$

বা $x=10+40$

$$\therefore x=50$$

$\therefore$ বর্তমানে পিতার বয়স 50 বছর এবং পুত্রের বয়স 20 বছর।

উদাহরণ ৪। দুই অঙ্কবিশিষ্ট কোনো সংখ্যার অঙ্কদ্বয়ের সমষ্টির সাথে 7 যোগ করলে যোগফল দশক স্থানীয় অঙ্কটির তিনগুণ হয়। কিন্তু সংখ্যাটি থেকে 18 বাদ দিলে অঙ্কদ্বয় স্থান পরিবর্তন করে। সংখ্যাটি নির্ণয় কর।

সমাধান : মনে করি, দুই অঙ্কবিশিষ্ট সংখ্যাটির একক স্থানীয় অঙ্ক x এবং দশক স্থানীয় অঙ্ক y ।

$\therefore$ সংখ্যাটি $= x+10y.$

১ম শর্তানুসারে, $x+y+7=3y$

বা, $x+y-3y=-7$

বা, $x-2y=-7..........(1)$

২য় শর্তানুসারে, $x+10y-18=y+10x$

বা, $x+10y-y-10x=18$

বা, $9y-9x=18$

বা, $9(y-x)=18$

বা, $y-x=\frac{18}{9}=2$

$\therefore y-x=2.............(2)$

(1) ও (2) নং যোগ করে পাই, $-y=-5$

$$\therefore\ y=5$$

y-এর মান (1) নং-এ বসিয়ে পাই,

$$x-2\times 5=-7$$

$$\therefore\ x=3$$

নির্ণেয় সংখ্যাটি $=3+10\times 5=3+50=53$

উদাহরণ ৫ । কোনো ভগ্নাংশের লবের সাথে 7 যোগ করলে ভগ্নাংশটির মান 2 হয় এবং হর থেকে 2 বাদ দিলে ভগ্নাংশটির মান 1 হয় । ভগ্নাংশটি নির্ণয় কর ।

সমাধান : মনে করি, ভগ্নাংশটি $\frac{x}{y}$, $y \neq 0$.

১ম শর্তানুসারে, $\frac{x+7}{y} = 2$

$$x + 7 = 2y$$

$$x - 2y = -7 \ldots\ldots\ldots (1)$$

২য় শর্তানুসারে, $\frac{x}{y-2} = 1$

$$x = y - 2$$

$$x - y = -2 \ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

সমীকরণ (1) ও (2) হতে পাই,

$$\begin{array}{rcl} x - 2y &=& -7 \\ x - \ \ y &=& -2 \\ - \quad + & & + \\ \hline -y &=& -5 \end{array}$$ [বিয়োগ করে]

$$\therefore y = 5$$

আবার, $y = 5$ সমীকরণ (2) এ বসিয়ে পাই,

$$x - 5 = -2$$

$$\therefore \ x = 5 - 2 = 3$$

নির্ণেয় ভগ্নাংশ $\frac{3}{5}$.

৬.৪ লেখচিত্রের সাহায্যে সরল সহসমীকরণের সমাধান

দুই চলকবিশিষ্ট সরল সহসমীকরণে দুইটি সরল সমীকরণ থাকে । দুইটি সরল সমীকরণের জন্য লেখ অঙ্কন করলে দুইটি সরলরেখা পাওয়া যায় । এদের ছেদবিন্দুর স্থানাঙ্ক উভয় সরলরেখায় অবস্থিত । এই ছেদবিন্দুর স্থানাঙ্ক অর্থাৎ (x, y) প্রদত্ত সরল সহসমীকরণের মূল হবে । x ও y -এর প্রাপ্ত মান দ্বারা সমীকরণ দুইটি যুগপৎ সিদ্ধ হবে । অতএব, সরল সহসমীকরণ যুগলের একমাত্র সমাধান যা, ছেদবিন্দুটির ভুজ ও কোটি ।

মন্তব্য : সরলরেখা দুইটি সমান্তরাল হলে, প্রদত্ত সহসমীকরণের কোনো সমাধান নেই ।

২০১৮

উদাহরণ ৬। লেখের সাহায্যে সমাধান কর :

$x + y = 7$.................(i)

$x - y = 1$..................(ii)

সমাধান : প্রদত্ত সমীকরণ (i) হতে পাই,

$y = 7 - x$................(iii)

x এর বিভিন্ন মানের জন্য y এর মান বের করে নিচের ছকটি তৈরি করি :

x	-2	-1	0	1	2	3	4
y	9	8	7	6	5	4	3

ছক-১

আবার, সমীকরণ (ii) হতে পাই,

$y = x - 1$................(iv)

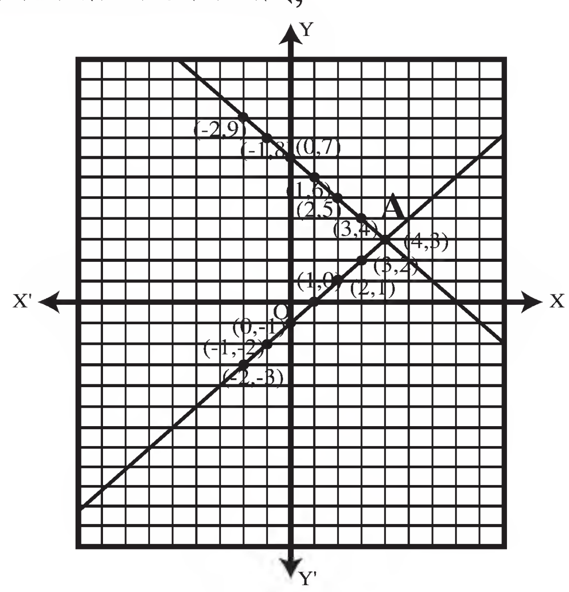
x এর বিভিন্ন মানের জন্য y এর মান বের করে নিচের ছকটি তৈরি করি :

x	-2	-1	0	1	2	3	4
y	-3	-2	-1	0	1	2	3

ছক-২

মনে করি, XOX' ও YOY' যথাক্রমে x-অক্ষ ও y-অক্ষ এবং o মূলবিন্দু।

উভয় অক্ষের ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতিবাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরি। ছক-১ এ $(-2, 9), (-1, 8), (0, 7), (1, 6), (2, 5), (3, 4)$ ও $(4, 3)$ বিন্দুগুলোকে ছক কাগজে স্থাপন করি। এই বিন্দুগুলো যোগ করে উভয় দিকে বর্ধিত করে সমীকরণ (i) দ্বারা নির্দেশিত সরলরেখাটির লেখ পাই,



লেখচিত্র

আবার, ছক-২ এ $(-2, -3), (-1, -2), (0, -1), (1, 0), (2, 1), (3, 2)$ ও $(4, 3)$ বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করি। এই বিন্দুগুলো যোগ করে (ii) নং সমীকরণ দ্বারা নির্দেশিত সরলরেখাটির লেখ পাই। এই সরলরেখাটি পূর্বোক্ত সরলরেখাকে A বিন্দুতে ছেদ করে। A বিন্দু উভয় সরলরেখার সাধারণ বিন্দু। এর স্থানাঙ্ক উভয় সমীকরণকে সিদ্ধ করে। লেখ থেকে দেখা যায়, A বিন্দুর ভুজ 4 এবং কোটি 3।

নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = (4, 3)$

উদাহরণ ৭ । লেখের সাহায্যে সমাধান কর :

$$3x + 4y = 10 \ldots\ldots\ldots\ldots(i)$$
$$x - y = 1 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(ii)$$

সমীকরণ (i) হতে পাই,

$$4y = 10 - 3x$$
$$y = \frac{10 - 3x}{4}$$

x এর বিভিন্ন মানের জন্য y এর মান বের করে নিচের ছকটি তৈরি করি :

x	-2	0	2	4	6
y	4	$\frac{5}{2}$	1	$\frac{-1}{2}$	-2

ছক-১

(ii) এর সমীকরণ হতে পাই,

$$y = x - 1$$

x এর বিভিন্ন মানের জন্য y এর মান বের করে নিচের ছকটি তৈরি করি :

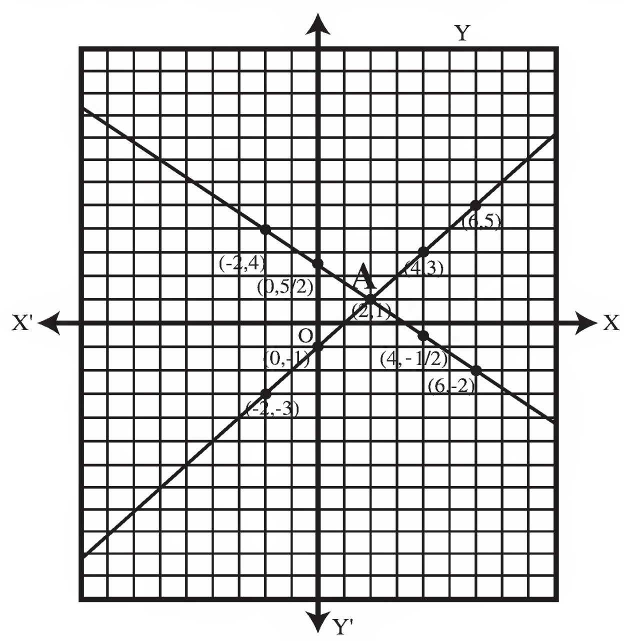
x	-2	0	2	4	6
y	-3	-1	1	3	5

ছক-২

মনে করি, XOX' ও YOY' যথাক্রমে x-অক্ষ ও y-অক্ষ এবং O মূলবিন্দু ।

উভয় অক্ষের ক্ষুদ্রতম বর্গের প্রতিবাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরি । ছক-১ এ $(-2,\ 4), \left(0,\ \frac{5}{2}\right), (2,\ 1), \left(4,\ \frac{-1}{2}\right)$, ও $(6,\ -2)$ বিন্দুগুলোকে লেখ কাগজে স্থাপন করি । এই বিন্দুগুলো যোগ করে উভয় দিকে বর্ধিত করে একটি সরলরেখা পাওয়া গেল । যা (i) নং সমীকরণ দ্বারা নির্দেশিত সরলরেখার লেখচিত্র ।

আবার, ছক-২ এ $(-2,\ -3), (0,\ -1), (2,\ 1), (4,\ 3)$ ও $(6,\ 5)$ বিন্দুগুলো লেখ কাগজে স্থাপন করি । এই বিন্দুগুলো যোগ করে উভয় দিকে বর্ধিত করে একটি সরলরেখা পাওয়া গেল । যা, (ii) নং সমীকরণ দ্বারা নির্দেশিত সরলরেখার লেখচিত্র ।



লেখচিত্র

এই সরলরেখাটি পূর্বোক্ত সরলরেখাকে A বিন্দুতে ছেদ করে । A বিন্দু উভয় সরলরেখার সাধারণ বিন্দু । এর স্থানাঙ্ক উভয় সমীকরণকে সিদ্ধ করে । লেখ থেকে দেখা যায় যে, A বিন্দুর ভুজ 2 এবং কোটি 1 ।

নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = (2, 1)$

২০১৮

অনুশীলনী ৬.২

বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

১। $x + y = 5, x - y = 3$ হলে (x, y) এর মান নিচের কোনটি?

ক) $(4, 1)$ খ) $(1, 4)$ গ) $(2, 3)$ ঘ) $(3, 2)$

২। নিচের কোনটি সরল রেখার সমীকরণ নির্দেশ করে না?

ক) $3x - 3y = 0$ খ) $x + y = 5$ গ) $x = \frac{1}{y}$ ঘ) $4x + 5y = 9$

৩। $x - 2y = 8, 3x - 2y = 4$ সমীকরণ জোটের x এর মান কত?

ক) -5 খ) -2 গ) 2 ঘ) 5

৪। $4x + 5y = 9$ সমীকরণটিতে কয়টি চলক আছে?

ক) 0 খ) 1 গ) 2 ঘ)3

৫। মূল বিন্দুর স্থানাংক কোনটি?

ক) $(0, 0)$ খ) $(0, 1)$ গ) $(1, 0)$ ঘ) $(1, 1)$

৬। $(-3, -5)$ বিন্দুটি কোন চতুর্ভাগে অবস্থিত?

ক) প্রথম খ) দ্বিতীয় গ) তৃতীয় ঘ) চতুর্থ

৭। $x + 2y = 30$ সমীকরণের লেখচিত্রের উপর অবস্থিত বিন্দু

i. $(10, 10)$

ii. $(0, 15)$

iii. $(10, 20)$

নিচের কোনটি সঠিক?

ক) i ও ii খ) i ও iii গ) ii ও iii ঘ) i, ii ও iii

♦ **নিচের অনুচ্ছেদটি লক্ষ করে ৮ ও ৯ নং প্রশ্নের উত্তর দাও:**

x ও y সংখ্যা দুইটির বিয়োগফলের অর্ধেক 4। বড় সংখ্যাটির সাথে ছোট সংখ্যাটির তিনগুণ যোগ করলে যোগফল 20 হয়। যেখানে $x > y$।

৮। প্রথম শর্ত কোনটি?

ক) $x - y = 4$ খ) $x - y = 8$ গ) $y - x = 4$ ঘ) $y - x = 8$

৯। (x, y) এর মান নিচের কোনটি?

ক) $(3, 11)$ খ) $(7, 3)$ গ) $(11, 7)$ ঘ) $(11, 3)$ ২০১৮

১০। দুইটি সংখ্যার যোগফল 100 এবং বিয়োগফল 20 হলে, সংখ্যা দুইটি নির্ণয় কর।

১১। দুইটি সংখ্যার যোগফল 160 এবং একটি অপরটির তিনগুণ হলে, সংখ্যা দুইটি নির্ণয় কর।

১২। দুইটি সংখ্যার প্রথমটির তিনগুণের সাথে দ্বিতীয়টির দুইগুণ যোগ করলে 59 হয়। আবার, প্রথমটির দুইগুণ থেকে দ্বিতীয়টি বিয়োগ করলে 9 হয়। সংখ্যাদ্বয় নির্ণয় কর।

১৩। 5 বছর পূর্বে পিতা ও পুত্রের বয়সের অনুপাত ছিল 3 : 1 এবং 15 বছর পর পিতা-পুত্রের বয়সের অনুপাত হবে 2 : 1। পিতা ও পুত্রের বর্তমান বয়স নির্ণয় কর।

১৪। কোনো ভগ্নাংশের লবের সাথে 5 যোগ করলে এর মান 2 হয়। আবার, হর থেকে 1 বিয়োগ করলে এর মান 1 হয়। ভগ্নাংশটি নির্ণয় কর।

১৫। কোনো প্রকৃত ভগ্নাংশের লব ও হরের যোগফল 14 এবং বিয়োগফল 8 হলে, ভগ্নাংশটি নির্ণয় কর।

১৬। দুই অঙ্কবিশিষ্ট কোনো সংখ্যার অঙ্কদ্বয়ের যোগফল 10 এবং বিয়োগফল 4 হলে, সংখ্যাটি নির্ণয় কর।

১৭। একটি আয়তাকার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য প্রস্থ অপেক্ষা 25 মিটার বেশি। আয়তাকার ক্ষেত্রটির পরিসীমা 150 মিটার হলে, ক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় কর।

১৮। একজন বালক দোকান থেকে 15টি খাতা ও 10টি পেন্সিল 300 টাকা দিয়ে ক্রয় করলো। আবার অন্য একজন বালক একই দোকান থেকে একই ধরনের 10টি খাতা ও 15টি পেন্সিল 250 টাকায় ক্রয় করলো। প্রতিটি খাতা ও পেন্সিলের মূল্য নির্ণয় কর।

১৯। একজন লোকের নিকট 5000 টাকা আছে। তিনি উক্ত টাকা দুই জনের মধ্যে এমনভাবে ভাগ করে দিলেন, যেন, প্রথম জনের টাকা দ্বিতীয় জনের 4 গুণ হয়। আবার প্রথম জন থেকে 1500 টাকা দ্বিতীয় জনকে দিলে উভয়ের টাকার পরিমাণ সমান হয়। প্রত্যেকের টাকার পরিমাণ নির্ণয় কর।

২০। লেখের সাহায্যে সমাধান কর :

ক. $x + y = 6$
$x - y = 2$

খ. $x + 4y = 11$
$4x - y = 10$

গ. $3x + 2y = 21$
$2x - 3y = 1$

ঘ. $x + 2y = 1$
$x - y = 7$

ঙ. $x - y = 0$
$x + 2y = -15$

চ. $4x + 3y = 11$
$3x - 4y = 2$

২১। কোনো ভগ্নাংশের লবের সাথে 11 যোগ করলে ভগ্নাংশটির মান 2 হয়। আবার হর হতে 2 বিয়োগ করলে ভগ্নাংশটির মান 1 হয়।

ক) ভগ্নাংশটি $\frac{x}{y}$ ধরে সমীকরণ জোট গঠন করো।

খ) সমীকরণ জোটটি অপনয়ন পদ্ধতিতে সমাধান করে (x, y) নির্ণয় করো।

গ) সমীকরণ জোটটির লেখ অঙ্কন করে ছেদ বিন্দুর ভূজ ও কোটি নির্ণয় করো।

২২। একটি আয়তাকার বাগানের দৈর্ঘ্য প্রস্থের দ্বিগুণ অপেক্ষা 5 মিটার বেশি এবং বাগানটির পরিসীমা 40 মিটার।

ক) দৈর্ঘ্য x মিটার ও প্রস্থ y মিটার হলে উপরের তথ্যের আলোকে দু'টি সমীকরণ গঠন করো।

খ) অপনয়ন পদ্ধতিতে সমাধান করো।

গ) লেখচিত্রের সাহায্যে সমীকরণ জোটের সমাধান করো।

২৩। $7x - 3y = 31$ ও $9x - 5y = 41$ দুইটি সরল সমীকরণ।

ক) $(4, -1)$ বিন্দুটি কোন সমীকরণকে সিদ্ধ করে ?

খ) প্রতিস্থাপন পদ্ধতিতে সমাধান করে (x, y) নির্ণয় করো।

গ) লেখচিত্রের সাহায্যে সমাধান করো।

২০১৮